

CAPÍTULO 1

Predicción económica y empresarial. Modelos para predicciones incondicionales deterministas

PREDICCIONES Y SU TIPOLOGÍA

Toda predicción es un intento de anticipar el futuro. En el contexto temporal, y tratándose de procedimientos cuantitativos, puede hablarse de dos clases de predicciones: condicionales e incondicionales.

Las *predicciones condicionales* son las que se realizan mediante modelos causales. Por ejemplo, en un modelo de regresión que relaciona dos variables, una dependiente, Y , y otra independiente, X , las predicciones de Y están condicionadas a X ; es decir, se predice Y dada X .

Las *predicciones incondicionales* son las que se hacen mediante métodos autoproyectivos. Las predicciones se realizan basándose en valores pasados de la variable que se quiere predecir. En el proceso no intervienen otras variables. Estos métodos pueden estar basados en dos enfoques alternativos: el determinista, o clásico, y el estocástico, o moderno (basado en el análisis de tendencias, en la metodología de Box y Jenkins y en otras técnicas).

Las *predicciones incondicionales deterministas* son las que se tratan en este capítulo. El enfoque determinista es más adecuado cuando se dispone de un número limitado de observaciones, mientras que el enfoque estocástico es preferible cuando las series son de mayor tamaño. Los métodos más habituales para realizar predicciones incondicionales deterministas son el suavizado lineal de Holt, el suavizado exponencial de Brown, el suavizado estacional de Winters y medias móviles.

Para cada tipo de predicciones (a corto, medio y largo plazo), existen determinados métodos específicos. Por ejemplo, el análisis de tendencias es un método para realizar predicciones a largo plazo, los modelos econométricos son adecuados para hacer predicciones a corto y medio plazo, y los métodos autoproyectivos son preferibles para realizar predicciones a corto plazo. Precisamente, en las predicciones a corto plazo es conveniente conocer también las variaciones estacionales, lo mismo que en las predicciones a medio y largo plazo es conveniente tener presente también la componente cíclica.

SUAVIZADO LINEAL DE HOLT

El método de Holt, al igual que el de Brown, sirve para realizar predicciones en el supuesto de tendencia lineal, pero a diferencia de aquel, utiliza dos parámetros de alisado a y b , que toman valores constantes entre 0 y 1. Los valores predichos vienen dados por el modelo lineal: $F_t(l) = S_{t,l} + (b_{t,l})l$ $t > 2$, donde $S_t = aX_t + (1-a)[S_{t-1} + b_{t-1}]$ y $b_t = b[S_t - S_{t-1}] + (1-b)b_{t-1}$. Los valores iniciales son $S_1 = x_1$ y $b_1 = x_2 - x_1$.

N = Número de observaciones

x_t = Observación t de la serie de tiempo en estudio

S_t = Observación t de la serie alisada

$F_t(l)$ = Predicción en el instante t a horizonte l

b_t = Valor del parámetro estimado del modelo en el instante t

a = Primera constante de alisado (relacionado con la componente aleatoria)

b = Segunda constante de alisado (relacionado con la tendencia)

SUAVIZADO EXPONENCIAL DE BROWN

Sea X_t el valor observado de la serie temporal (a la que vamos a aplicar el método suavizado) en el instante t . Sea $S_t(l)$ la predicción de X_t a horizonte l . S_t va a ser un suavizado de la serie X_t . El *modelo simple de alisado exponencial de Brown* obtiene predicciones de una serie temporal en función de las observaciones pasadas. Cada predicción se obtiene promediando los valores observados de la variable así: $S_t(l) = aX_t + a(1-a)X_{t-1}^2 + a(1-a)^2 X_{t-2} + \dots$

Este procedimiento produce, efectivamente, un alisado de la serie X_t , ya que la nueva serie alisada, $S_t(l)$, al estar constituida por promedios (medias ponderadas) de valores de la serie primaria, presentará fluctuaciones más amortiguadas que X_t . El valor de a ha de ser fijado entre cero y uno. Valores más pequeños de a alisan más los datos. Como regla práctica, si los datos presentan fuertes fluctuaciones o gran aleatoriedad, se deben usar valores pequeños de a . Las predicciones obtenidas mediante este procedimiento no cambian con el horizonte temporal, es decir, $S_t(1) = S_t(2) = \dots = S_t(l) = \dots$

En general, podemos poner $S_t(l) = aX_t + (1-a)S_{t-1}(l)$ para el *modelo simple de alisado exponencial de Brown*. En todos los métodos de predicción basados en el suavizado exponencial, se presenta el problema de la fijación de los valores iniciales. Si el parámetro de alisamiento a está próximo a cero, el valor inicial fijado (S_0) influirá en el resultado durante muchos períodos de tiempo. Por el contrario, con valores de a próximos a la unidad, desaparecerá rápidamente la influencia del valor inicial adoptado, pero es muy posible que los datos presenten tendencias o estacionalidad, en cuyo caso usar este método de predicción no sería muy adecuado. Se toma como valor inicial $S_1 = X_1$.

También existe el *modelo exponencial de Brown con tendencia lineal*, que es una extensión del modelo simple mediante $S'_t(l) = aX_t + (1-a)S'_{t-1}(l)$ y $S''_t(l) = aS'_t + (1-a)S''_{t-1}(l)$.

En este caso suponemos la serie temporal generada por el esquema definido como $X_{t+i} = d + ei + u_{t+i}$ ($i = 0, 1, 2, 3, \dots$). La predicción en el período t a horizonte l se obtendrá mediante $S_t(l) = a_t + b_t l$, donde a_t y b_t son estimaciones de d y e . Será necesario, una vez fijado a , dar un valor inicial a S_t' cuando $t = 1$. Este valor se establece siguiendo algún criterio ajeno al método. Se puede hacer, por ejemplo, $S_1' = X_1$. También se puede igualar S_1' a un promedio de los primeros valores de X . Por eso, habrá que dar un valor inicial a S_1'' , que asimismo puede ser X_1 . También se toma $a_t = 2 S_t' - S_t''$ y $b_t = a(S_t' - S_t'')/(1-a)$. Como valor fijado para a se suele tomar un número entre 0,1 y 0,3.

Además, existe el *modelo exponencial de Brown con tendencia cuadrática*, que es una extensión de los dos anteriores. En este caso suponemos que la serie original sigue una tendencia cuadrática de la forma: $X_{t+i} = d + ei + fi^2 + u_{t+i}$ ($i = 0, 1, 2, 3, \dots$). Las ecuaciones para el modelo son $S_t'(l) = aX_t + (1-a)S_{t-1}'(l)$, $S_t''(l) = aS_t' + (1-a)S_{t-1}''(l)$ y $S_t'''(l) = aS_t'' + (1-a)S_{t-1}'''(l)$. Las predicciones se obtendrán mediante la serie alisada $S_t(l) = p_t + (q_t)l + 1/2 (r_t)l^2$, en donde, dado a , los parámetros $p_t = 3St' - 3St'' + St'''$, $q_t = a[(6-5a)S_t' - (10-8a)S_t'' + (4-3a)S_t'''] / [2(1-a)^2]$ y $r_t = a^2(St' - 2St'' + St''') / (1-a)^2$ se estiman con los valores iniciales $S_1' = S_1'' = S_1''' = X_1$. El método con tendencia cuadrática sirve para predecir series con puntos de cambio de tendencia (*turning points*). Los métodos con tendencia lineal y simple no son válidos para este fin.

SUAVIZADO ESTACIONAL DE WINTERS

Winters generalizó el método de Holt para tratar con datos que presenten variaciones estacionales. En este caso la fórmula de predicción es: $F_t(l) = (S_t + l(b_t))I_{t+l}$, donde L es el número de observaciones anuales. La estacionalidad se tiene en cuenta mediante el factor I_{t+l} (modelo multiplicativo). Las fórmulas de actualización son $S_t = aX_t/I_{t-L} + (1-a)[S_{t-1} + b_{t-1}]$, $b_t = b(S_t - S_{t-1}) + (1-b)b_{t-1}$ y $I_t = cX_t/S_t + (1-c)I_{t-L}$. Ahora es necesario conocer el valor de tres parámetros a , b y c . El primero está relacionado con la componente aleatoria, el segundo con la tendencia y el tercero con la componente estacional. La inicialización de los cálculos con este procedimiento requiere usar al menos L períodos para establecer los índices estacionales iniciales. Para estimar el factor de tendencia, es conveniente utilizar datos referidos a $2L$ períodos (dos años consecutivos) en la forma siguiente:

$$b_1 = [(X_{L+1} - X_1)/L + (X_{L+2} - X_2)/L + \dots + (X_{L+L} - X_L)]/L$$

SUAVIZADO POR MEDIAS MÓVILES

Los métodos autoproyectivos deterministas se utilizan para suavizar irregularidades y fluctuaciones de una serie temporal con el fin de obtener la línea de suavizado como señal clara libre de variaciones estacionales y óptima para la predicción. Cuando no hay tendencia clara ni estacionalidad en la serie original, se utiliza el *suavizado por medias móviles*.

El método de medias móviles es un procedimiento mecánico para suavizar las irregularidades y las fluctuaciones de una serie temporal con el fin de obtener la línea de tendencia. Dada la serie temporal X_t $t = 1, 2, \dots, T$, se define la media móvil de orden, por ejemplo 5, como sigue:

$$T_s = (X_{s-2} + X_{s-1} + X_s + X_{s+1} + X_{s+2})/5 \quad s = 3, 4, \dots, T - 2$$

La serie temporal T_s es una versión suavizada de la X_t .

Si se elige bien el orden de la media móvil, T_s no contendrá la componente estacional, y será una representación correcta de las componentes a medio y largo plazo (ciclo-tendencia). El método es equivalente a ajustar una tendencia lineal a cada cinco puntos consecutivos de la serie inicial y tomar en cada ajuste solamente el punto central de la recta ajustada para alisar la serie original.

EXCEL Y LOS MODELOS DE PREDICCIÓN INCONDICIONAL DETERMINISTA

La versatilidad de Excel a la hora de crear fórmulas permite trabajar de modo directo con los métodos de predicción incondicional determinista. Para ello, basta con reflejar el algoritmo generador del método utilizando fórmulas de Excel tal y como veremos posteriormente en los ejercicios.

Medias móviles mediante líneas de tendencia

No obstante, Excel permite crear medias móviles agregando una línea de tendencia a la serie de datos que suaviza las fluctuaciones en los datos y muestra la trama o tendencia con más claridad con la finalidad de calcular predicciones según estas tendencias.

Para *agregar una línea de tendencia a una serie de datos* en Excel, haga clic con el botón secundario del ratón en el grafo de la serie de datos en la que desea agregar la línea de tendencia o la media móvil, y en el menú emergente resultante *Gráfico*, pulse en la opción *Agregar línea de tendencia* (figura 1-1). Se obtiene la pantalla de la figura 1-2. En la ficha *Opciones de línea de tendencia*, haga clic en el tipo de línea de tendencia de regresión o en la media móvil que desee. Si se selecciona *Polinomial*, introduzca en el cuadro *Orden* el valor potencial más alto de la variable independiente. Si se selecciona *Media móvil*, introduzca en el cuadro *Período* el número de períodos que va a utilizarse para calcular la media móvil.

Si se agrega una media móvil a un gráfico XY (dispersión), la media móvil se basará en el orden de los valores X trazados en el gráfico. Para obtener el resultado deseado, puede ser necesario ordenar los valores X antes de agregar una media móvil. Al pulsar *Cerrar*, se obtiene el gráfico con la línea de tendencia (figura 1-3).

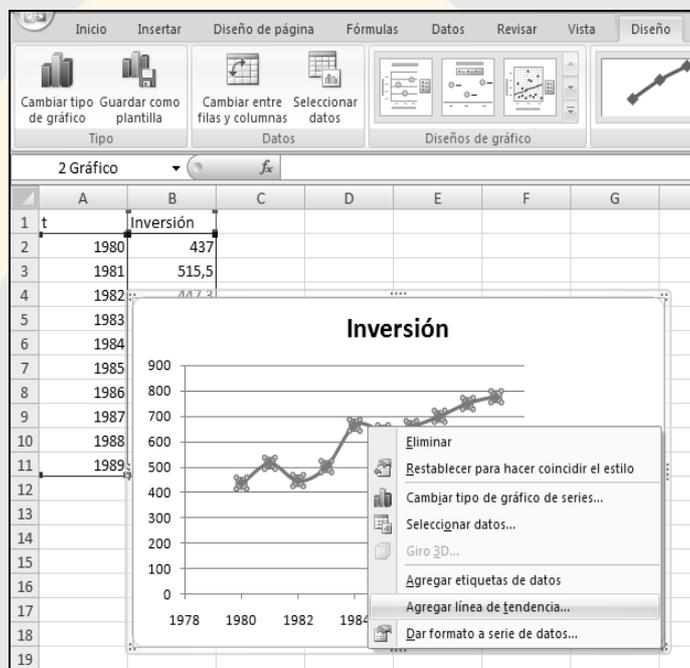


Figura I-1

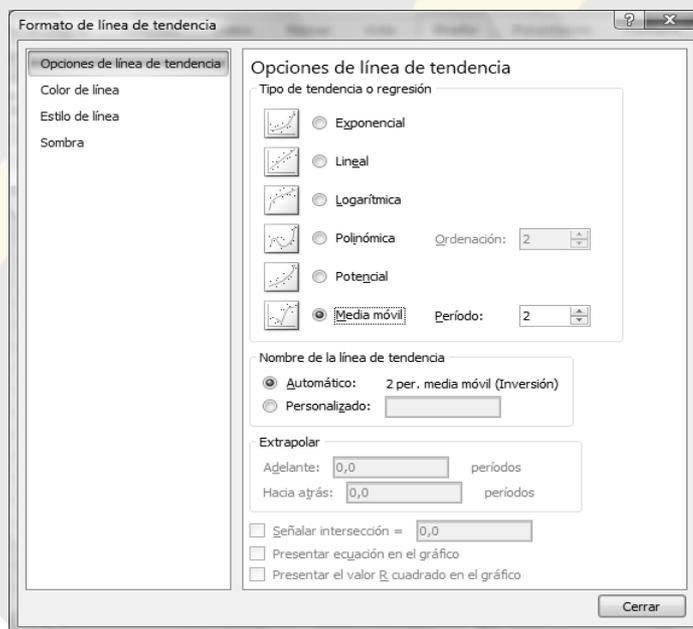


Figura I-2

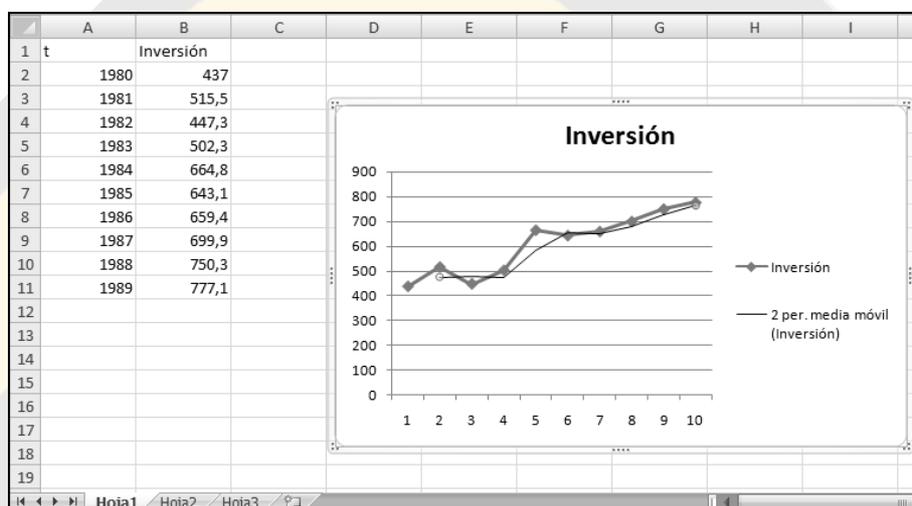


Figura I-3

Para cambiar la configuración de la línea de tendencia y realizar predicciones, haga clic en la línea de tendencia que desea cambiar y también en el menú *Agregar línea de tendencia*; a continuación, en la pantalla *Formato de línea de tendencia*, haga clic en la ficha *Opciones de línea de tendencia* (figura I-2), y seleccione las opciones que desee. El cuadro *Extrapolar* de la ficha *Opciones* se utiliza para extrapolar hacia adelante o hacia atrás el número de valores de la serie indicados en *Período*. Precisamente esta opción permite calcular las predicciones según la media móvil. Los botones *Presentar ecuación en el gráfico* y *Presentar el valor R-cuadrado en el gráfico* tienen las finalidades que su nombre indica. Para cambiar el nombre de la línea de tendencia o de la media móvil, introduzca un nombre en el cuadro *Nombre de la línea de tendencia*. Para eliminar una línea de tendencia, haga clic en la línea de tendencia que desea eliminar y presione *SUPR.*

Medias móviles mediante herramientas de análisis

También se puede obtener el suavizado de media móvil haciendo clic en la opción *Análisis de datos* del grupo *Análisis* de la ficha *Datos* y eligiendo *Media móvil* en la pantalla *Análisis de datos* (figura I-4). En la pantalla *Media móvil* (figura I-5) se sitúan las características para el gráfico. Los campos de la figura I-5 tienen las siguientes funcionalidades:

Rango de entrada: introduzca la referencia de celda correspondiente al rango de datos que desee analizar. El rango deberá contener una única columna o fila con cuatro o más celdas de datos.

Rótulos en la primera fila: active esta casilla si la primera fila y la primera columna del rango de entrada contienen rótulos. Esta casilla de verificación estará desactivada si el rango de entrada carece de rótulos; Microsoft Excel generará los rótulos de datos correspondientes para la tabla de resultados.

Intervalo: introduzca el número de valores que desee incluir en la media móvil (orden de la media móvil). El orden predeterminado es 3.

Rango de salida: introduzca la referencia correspondiente a la celda superior izquierda de la tabla de resultados. Si ha activado la casilla de verificación *Error típico*, Excel generará una tabla de resultados de dos columnas, y presentará los valores de error típico en la columna de la derecha. Si no existen valores históricos para proyectar ni para calcular un error típico, Excel dará como respuesta el valor de error #N/A. El rango de salida debe estar en la misma hoja de cálculo que los datos empleados en el rango de entrada. Por este motivo, las opciones *En una nueva hoja* y *En un nuevo libro* no están disponibles.

Crear gráfico: active esta casilla para generar un gráfico de histograma incrustado con la tabla de resultados.

Error típico: active esta casilla si desea incluir una columna que contenga valores de error típico en la tabla de resultados. Desactívela si desea una tabla de resultados en una sola columna y sin valores de error típicos.

Al pulsar *Aceptar* en la figura I-5, se obtiene la serie suavizada por medias móviles, y un gráfico que presenta la serie original y la suavizada.

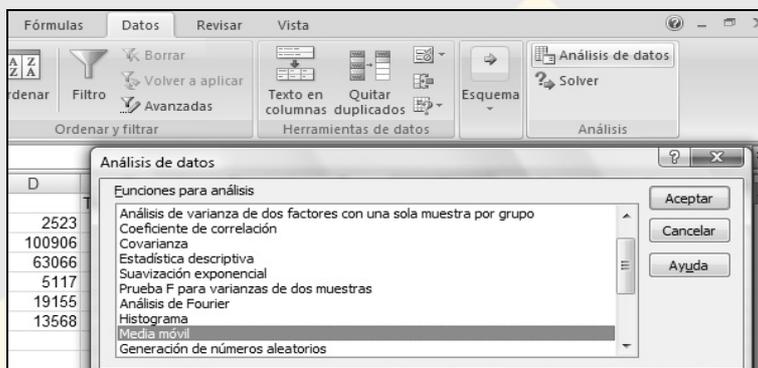


Figura I-4

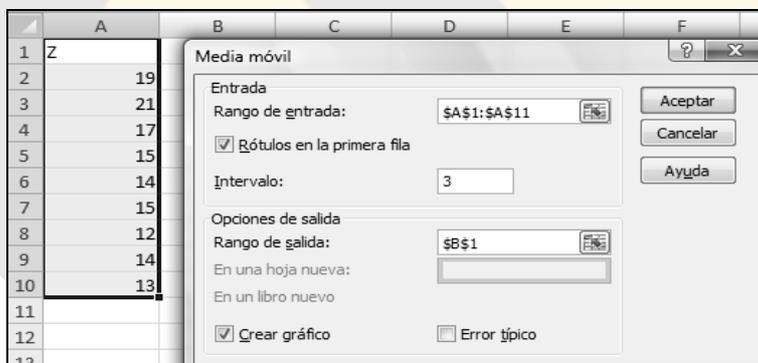


Figura I-5

Ejercicio I-1. Consideramos las inversiones turísticas desde 1975 hasta 1986:

Años	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986
Inversión	600	800	750	400	350	500	1000	950	810	540	720	1160

Sabiendo que las inversiones turísticas son cíclicas con ciclos de 5 años, determinar la tendencia por el método de las medias móviles. Contestar a la misma pregunta considerando ciclos de 4 años.

Calcularemos medias móviles con $p = 5$ años. Como p es impar, se forman medias relativas a los instantes $(p+1)/2$, $(p+3)/2$, $(p+5)/2$, ... (que serán valores enteros porque p es impar). La serie de medias móviles es la siguiente:

$$\bar{y}_{\frac{p+1}{2}} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_p}{p}, \quad \bar{y}_{\frac{p+3}{2}} = \frac{y_2 + y_3 + \dots + y_{p+1}}{p}, \quad \bar{y}_{\frac{p+5}{2}} = \frac{y_3 + y_4 + \dots + y_{p+2}}{p}, \dots$$

A partir de los datos de nuestro problema tenemos:

$$\bar{y}_3 = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{5}, \quad \bar{y}_4 = \frac{y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6}{5}, \dots$$

La tabla siguiente muestra los cálculos.

Años	Inversión	Media móvil
1975	600	
1976	800	
1977	750	580
1978	400	560
1979	350	600
1980	500	640
1981	1000	722
1982	950	760
1983	810	804
1984	540	836
1985	720	
1986	1160	

Para hacer la representación en Excel, se introducen los datos en la hoja de cálculo, se selecciona la columna *Inversión* y se elige *Línea 2D* en el grupo *Gráficos* de la ficha *Insertar* (figura I-6) para obtener el gráfico de la figura I-7. Se hace clic en el grafo y se elige *Agregar línea de tendencia* en el menú emergente resultante (figura I-8). Se rellena la pantalla *Formato de línea de tendencia* como se indica en la figura I-8. Al hacer clic en *Cerrar*, se obtienen las curvas original y ajustada (figura I-9).

➤ CAPÍTULO I: PREDICCIÓN ECONÓMICA Y EMPRESARIAL. MODELOS PARA PREDICIONES...

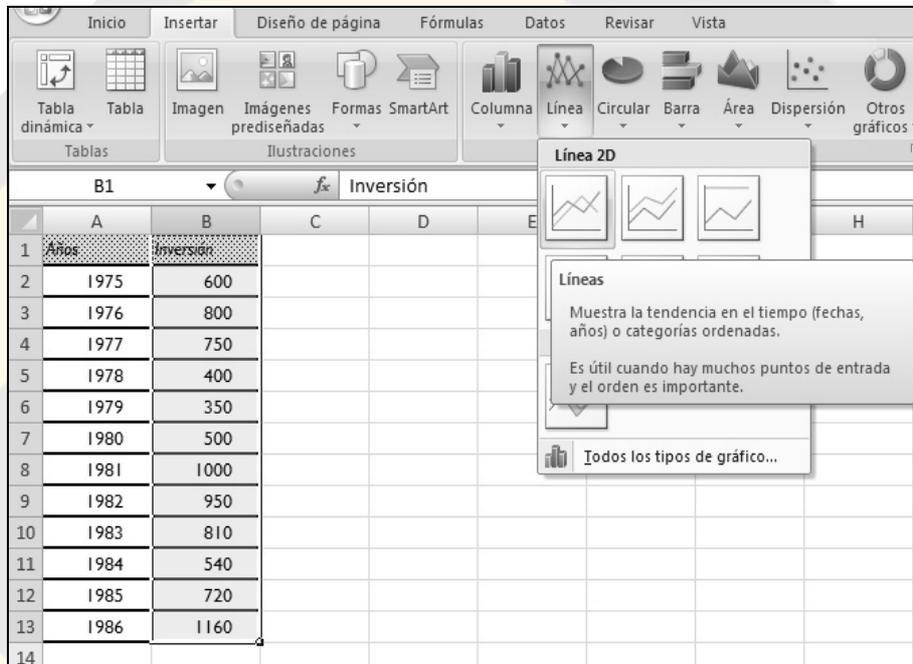


Figura I-6

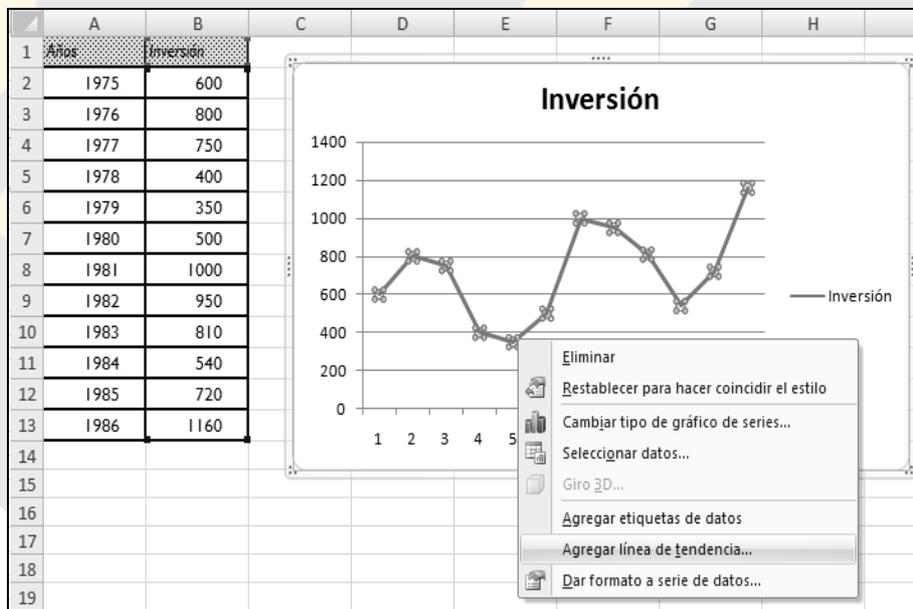


Figura I-7

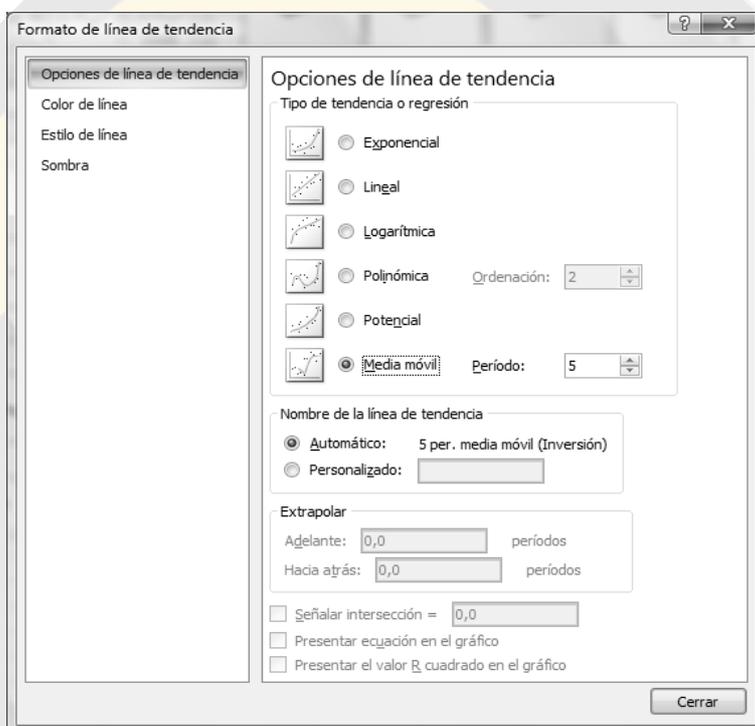


Figura I-8

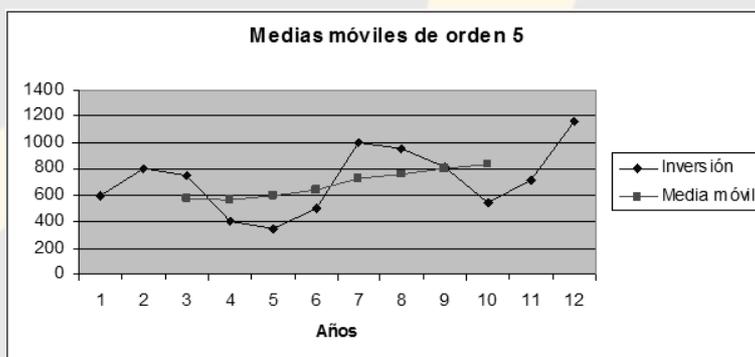


Figura I-9

Consideramos ahora medias móviles con $p = 4$. Si p es par, se formarán medias relativas a los instantes $(p+1)/2$, $(p+3)/2$, $(p+5)/2$, ... (que no serán valores enteros porque p es par). A continuación, se hallan nuevas medias móviles entre cada dos medias móviles originales consecutivas, que serán ahora relativas a los instantes $(p+2)/2$, $(p+4)/2$, $(p+6)/2$, ... (que ya serán valores enteros porque p es par). La serie de medias móviles es la siguiente:

$$\bar{y}_{\frac{p+2}{2}} = \frac{\bar{y}_{\frac{p+1}{2}} + \bar{y}_{\frac{p+3}{2}}}{p}, \quad \bar{y}_{\frac{p+4}{2}} = \frac{\bar{y}_{\frac{p+3}{2}} + \bar{y}_{\frac{p+5}{2}}}{p}, \dots$$

A partir de los datos de nuestro problema, tenemos:

$$\bar{y}_{\frac{4+1}{2}} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4}{4} = \bar{y}_{2,5}, \quad \bar{y}_{\frac{4+3}{2}} = \frac{y_2 + y_3 + y_4 + y_5}{5} = \bar{y}_{3,5}, \dots$$

Como esta serie de medias móviles queda descentrada, será necesario centrarla obteniendo nuevas medias móviles de cada dos de ellas. La tabla siguiente muestra los cálculos.

Años	Inversión	Media móvil	Media móvil centrada
1975	600		
1976	800	637,5	
1977	750	575	606,25
1978	400	500	537,5
1979	350	562,5	531,25
1980	500	700	631,25
1981	1000	815	757,5
1982	950	825	820
1983	810	755	790
1984	540	807,5	781,25
1985	720		
1986	1160		

Si representamos la serie inicial y las medias móviles de órdenes 4 y 5 sobre los mismos ejes, tendremos el gráfico de la figura I-10.

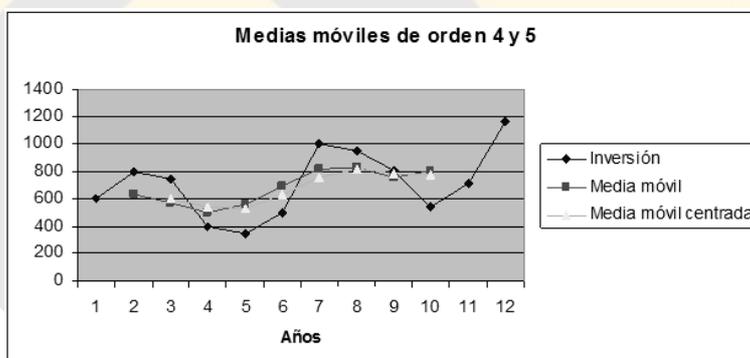


Figura I-10

La media móvil (en este caso la de orden 5) también puede calcularse y graficarse eligiendo la serie de datos sobre la hoja y haciendo clic en *Análisis de datos* en el grupo *Análisis* de la ficha *Datos*. A continuación, se selecciona *Media móvil* en la pantalla *Análisis de datos* (figura I-11) y se rellena la pantalla *Media móvil* como se indica en la figura I-12. Al hacer clic en *Aceptar*, se obtiene la serie de medias móviles de orden 5 y su gráfica junto con la original (figura I-13).

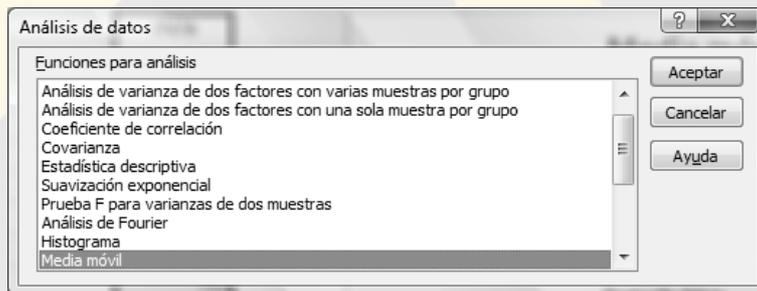


Figura I-11

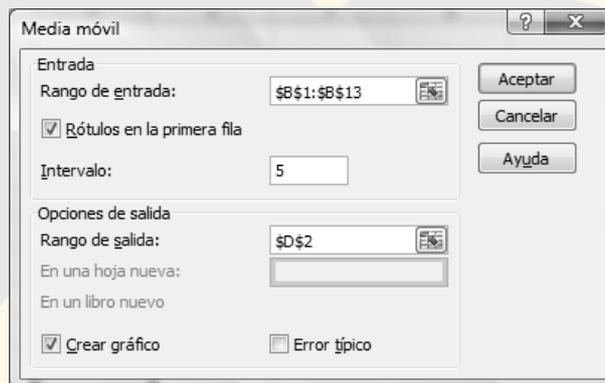


Figura I-12

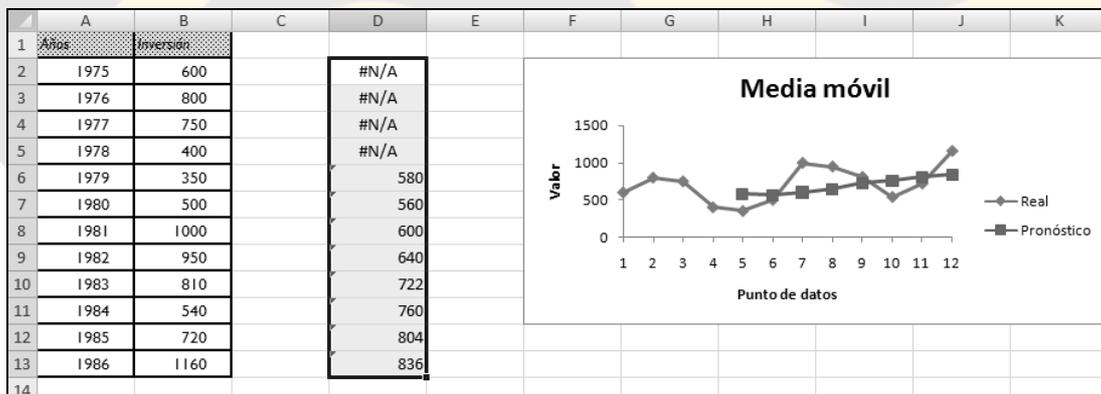


Figura I-13

Ejercicio 1-2. Consideramos la producción de una empresa en 17 períodos cuyos datos son los siguientes:

Período (t)	Producción (X_t)
1	67
2	65
3	72
4	86
5	73
6	77
7	86
8	92
9	85
10	102
11	106
12	115
13	107
14	109
15	116
16	120
17	125

Utilizar el método de Holt con $a = 0,2$, $b = 0,3$ y $b_1 = 3,4$ para obtener predicciones de producción con un horizonte de tres períodos.

Según el método de Holt, los valores predichos vienen dados por el modelo lineal definido como $F_t(l) = S_{t-l} + (b_{t-l})l$ $t > 2$, donde $S_t = aX_t + (1-a)[S_{t-1} + b_{t-1}]$ y $b_t = b[S_t - S_{t-1}] + (1-b)b_{t-1}$. Los valores iniciales son $S_1 = x_1$ y $b_1 = x_2 - x_1$, pero el valor de b_1 puede ser otro ($b_1 = (x_3 - x_1)/2$, $b_1 = (x_4 - x_1)/3$, etc.). En nuestro problema nos dan $b_1 = 3,4$. Entonces, para nuestros datos tenemos las condiciones iniciales $S_1 = x_1 = 67$ y $b_1 = 3,4$.

Calcularemos S_2 y b_2 así:

$$S_2 = aX_2 + (1-a)[S_1 + b_1] = 0,2(65) + (1-0,2)[67 + 3,4] = 69,32$$

$$b_2 = b[S_2 - S_1] + (1-b)b_1 = 0,3(69,32-65) + (1-0,3)3,4 = 3,076$$

Calcularemos S_3 y b_3 de la manera siguiente:

$$S_3 = aX_3 + (1-a)[S_2 + b_2] = 0,2(72) + (1-0,2)[69,32 + 3,076] = 72,3168$$

$$b_3 = b[S_3 - S_2] + (1-b)b_2 = 0,3(72,3168-69,32) + (1-0,3)3,076 = 3,05224$$

De la misma forma se calculan el resto de los valores S_t y b_t ($t = 3, 4, \dots, 17$).

El cálculo de las predicciones es inmediato mediante $F_t(l) = S_{t-l} + (b_{t-l})l$ $t > 2$.

La tabla Excel siguiente resume los resultados.

t	X_t	S_t	b_t	PREDICCIONES	
1	67	67	3,4		
2	65	69,32	3,076		
3	72	72,3168	3,05224	72,396	l=1
4	86	77,495232	3,6900976	75,36904	l=1
5	73	79,5482637	3,19897782	81,1853296	l=1
6	77	81,5977932	2,85414333	82,7472415	l=1
7	86	84,7615492	2,94702714	84,45193654	l=1
8	92	88,5668611	3,20451256	87,70857637	l=1
9	85	90,4170989	2,79823014	91,77137366	l=1
10	102	94,9722633	3,3253104	93,21532906	l=1
11	106	99,8380589	3,78745598	98,29757365	l=1
12	115	105,900412	4,46992508	103,6255149	l=1
13	107	109,69627	4,26770486	110,370337	l=1
14	109	112,97118	3,9698664	113,9639745	l=1
15	116	116,752837	3,91340364	116,941046	l=1
16	120	120,532992	3,87342921	120,6662404	l=1
17	125	124,525137	3,90904392	124,4064215	l=1
18				128,4341812	l=1
19				132,3432251	l=2
20				136,252269	l=3

La predicción para $t = 18$ se calcula mediante:

$$F_{18}(1) = S_{17} + (b_{17})(1) = 124,525137 + 3,90904392(1) = 128,4341812$$

La predicción para $t = 19$ se calcula con:

$$F_{19}(1) = S_{17} + (b_{17})(2) = 124,525137 + 3,90904392(2) = 132,3432251$$

La predicción para $t = 20$ se calcula mediante:

$$F_{20}(1) = S_{17} + (b_{17})(3) = 124,525137 + 3,90904392(3) = 136,252269$$

Si representamos en Excel sobre los mismos ejes la serie original (que es ajustable fácilmente a una recta para justificar el uso de un método de predicción con modelo lineal como el de Holt) y la serie de predicciones, tendremos el gráfico de la figura I-14.

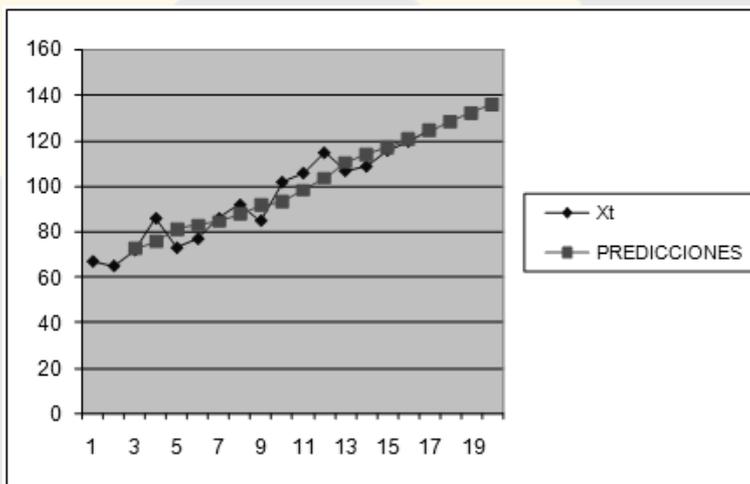


Figura I-14

En la figura I-15 se presentan las fórmulas de Excel que generan la tabla de predicciones.

	A	B	C	D	E	
1	t	Xt	St	bt	PREDICIONES	
2	1	67	67	3,4		
3	2	65	=0,2*B3+(1-0,2)*(C2+D2)	=0,3*(C3-C2)+(1-0,3)*D2		
4	3	72	=0,2*B4+(1-0,2)*(C3+D3)	=0,3*(C4-C3)+(1-0,3)*D3	=C3+D3	I=1
5	4	86	=0,2*B5+(1-0,2)*(C4+D4)	=0,3*(C5-C4)+(1-0,3)*D4	=C4+D4	I=1
6	5	73	=0,2*B6+(1-0,2)*(C5+D5)	=0,3*(C6-C5)+(1-0,3)*D5	=C5+D5	I=1
7	6	77	=0,2*B7+(1-0,2)*(C6+D6)	=0,3*(C7-C6)+(1-0,3)*D6	=C6+D6	I=1
8	7	86	=0,2*B8+(1-0,2)*(C7+D7)	=0,3*(C8-C7)+(1-0,3)*D7	=C7+D7	I=1
9	8	92	=0,2*B9+(1-0,2)*(C8+D8)	=0,3*(C9-C8)+(1-0,3)*D8	=C8+D8	I=1
10	9	85	=0,2*B10+(1-0,2)*(C9+D9)	=0,3*(C10-C9)+(1-0,3)*D9	=C9+D9	I=1
11	10	102	=0,2*B11+(1-0,2)*(C10+D10)	=0,3*(C11-C10)+(1-0,3)*D10	=C10+D10	I=1
12	11	106	=0,2*B12+(1-0,2)*(C11+D11)	=0,3*(C12-C11)+(1-0,3)*D11	=C11+D11	I=1
13	12	115	=0,2*B13+(1-0,2)*(C12+D12)	=0,3*(C13-C12)+(1-0,3)*D12	=C12+D12	I=1
14	13	107	=0,2*B14+(1-0,2)*(C13+D13)	=0,3*(C14-C13)+(1-0,3)*D13	=C13+D13	I=1
15	14	109	=0,2*B15+(1-0,2)*(C14+D14)	=0,3*(C15-C14)+(1-0,3)*D14	=C14+D14	I=1
16	15	116	=0,2*B16+(1-0,2)*(C15+D15)	=0,3*(C16-C15)+(1-0,3)*D15	=C15+D15	I=1
17	16	120	=0,2*B17+(1-0,2)*(C16+D16)	=0,3*(C17-C16)+(1-0,3)*D16	=C16+D16	I=1
18	17	125	=0,2*B18+(1-0,2)*(C17+D17)	=0,3*(C18-C17)+(1-0,3)*D17	=C17+D17	I=1
19	18				=\$C\$18+\$D\$18	I=1
20	19				=\$C\$18+\$D\$18*2	I=2
21	20				=\$C\$18+\$D\$18*3	I=3

Figura I-15

Ejercicio 1-3. Supongamos que la serie de ventas de una empresa evoluciona en el tiempo como sigue:

Periodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ventas	95	76	83	92	87	105	107	96	110	98	115	106	117

Utilizar el método de Brown de tendencia lineal con $a = 0,1$ para obtener predicciones de ventas con un horizonte de tres periodos.

En general, podemos poner $S'_t(l) = aX_t + (1 - a)S'_{t-1}(l)$ y $S''_t(l) = aS'_t + (1 - a)S''_{t-1}(l)$ para el modelo simple de alisado exponencial de Brown. Se toman como valores iniciales $S'_1 = S''_1 = X_1 = 95$. Como valor fijado para a se toma 0,1.

La predicción en el período t a horizonte l se obtendrá mediante $S_t(l) = a_t + b_t l$, donde a_t y b_t son $a_t = 2 S'_t - S''_t$ y $b_t = a(S'_t - S''_t)/(1-a)$.

Según las fórmulas anteriores, S'_2 , S''_2 , a_2 y b_2 se obtienen así:
 $S'_2(1) = aX_2 + (1 - a)S'_1(1) = 0,1(76) + 0,9(95) = 93,1$
 $S''_2(1) = aS'_2 + (1 - a)S''_1(1) = 0,1(93,1) + 0,9(95) = 94,8$
 $a_2 = 2 S'_2 - S''_2 = 2(93,1) - 94,8 = 91,4$
 $b_2 = a(S'_2 - S''_2)/(1-a) = 0,1(93-1-94,8) = -0,19$

La predicción en el período t a horizonte l se obtendrá mediante $S_t(l) = a_{t,l} + b_{t,l} l$, luego:

$$S_3(1) = a_2 + b_2(1) = 91,39 + (-0,19) = 91,2$$

El resto de los valores se calcula de forma similar obteniéndose la tabla Excel siguiente:

t	X_t	S'_t	S''_t	a_t	b_t	S_t	
1	95	95	95				
2	76	93,1	94,81	91,39	-0,19		
3	83	92,09	94,538	89,642	-0,272	91,2	l=1
4	92	92,081	94,2923	89,8697	-0,2457	89,37	l=1
5	87	91,5729	94,0204	89,12544	-0,27194	89,624	l=1
6	105	92,9156	93,9099	91,92134	-0,11048	88,8535	l=1
7	107	94,324	93,9513	94,6968	0,041416	91,81086	l=1
8	96	94,4916	94,0053	94,97795	0,054034	94,73821	l=1
9	110	96,0425	94,2091	97,87591	0,203714	95,03199	l=1
10	98	96,2382	94,412	98,0645	0,202918	98,07962	l=1
11	115	98,1144	94,7822	101,4466	0,370244	98,26741	l=1
12	106	98,903	95,1943	102,6116	0,412076	101,8168	l=1
13	117	100,713	95,7461	105,6792	0,551838	103,0237	l=1
						106,2311	l=1
						106,7829	l=2
						107,3347	l=3

Las tres predicciones pedidas se han obtenido de la siguiente forma:

$$S_{14} = a_{13} + b_{13}(1) = 105,6792 + 0,551838 = 106,2311$$

$$S_{15} = a_{13} + b_{13}(2) = 105,6792 + 0,551838(2) = 106,7829$$

$$S_{16} = a_{13} + b_{13}(3) = 105,6792 + 0,551838(3) = 107,3347$$

Si representamos en Excel sobre los mismos ejes la serie original (ajustable a una recta para justificar el uso de un método de predicción con tendencia lineal como el de Brown) y la serie de predicciones, tendremos el gráfico de la figura I-16.

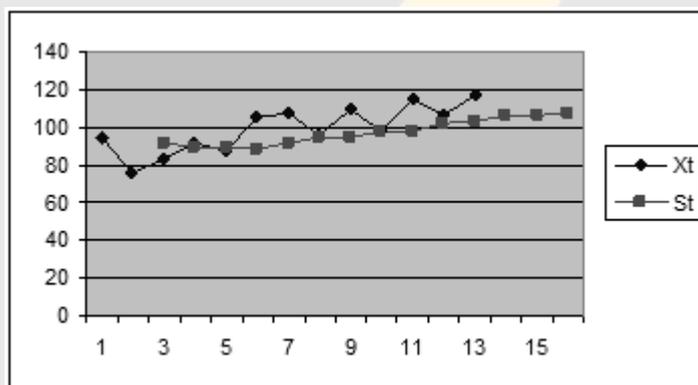


Figura I-16

En la figura I-17 se presentan las fórmulas de Excel que generan la tabla de predicciones.

t	H	I	J	K	L	M	N
1	Xt	S't	S't	at	bt	St	
1	95	95	95				
2	76	=0,1*J3+0,9*K2	=0,1*J3+0,9*K2	=2*J3-K3	=0,1*(J3-K3)/0,9		
3	83	=0,1*J4+0,9*K3	=0,1*J4+0,9*K3	=2*J4-K4	=0,1*(J4-K4)/0,9	=L3+M3	I=1
4	92	=0,1*J5+0,9*K4	=0,1*J5+0,9*K4	=2*J5-K5	=0,1*(J5-K5)/0,9	=L4+M4	I=1
5	87	=0,1*J6+0,9*K5	=0,1*J6+0,9*K5	=2*J6-K6	=0,1*(J6-K6)/0,9	=L5+M5	I=1
6	105	=0,1*J7+0,9*K6	=0,1*J7+0,9*K6	=2*J7-K7	=0,1*(J7-K7)/0,9	=L6+M6	I=1
7	107	=0,1*J8+0,9*K7	=0,1*J8+0,9*K7	=2*J8-K8	=0,1*(J8-K8)/0,9	=L7+M7	I=1
8	96	=0,1*J9+0,9*K8	=0,1*J9+0,9*K8	=2*J9-K9	=0,1*(J9-K9)/0,9	=L8+M8	I=1
9	110	=0,1*J10+0,9*K9	=0,1*J10+0,9*K9	=2*J10-K10	=0,1*(J10-K10)/0,9	=L9+M9	I=1
10	98	=0,1*J11+0,9*K10	=0,1*J11+0,9*K10	=2*J11-K11	=0,1*(J11-K11)/0,9	=L10+M10	I=1
11	115	=0,1*J12+0,9*K11	=0,1*J12+0,9*K11	=2*J12-K12	=0,1*(J12-K12)/0,9	=L11+M11	I=1
12	106	=0,1*J13+0,9*K12	=0,1*J13+0,9*K12	=2*J13-K13	=0,1*(J13-K13)/0,9	=L12+M12	I=1
13	117	=0,1*J14+0,9*K13	=0,1*J14+0,9*K13	=2*J14-K14	=0,1*(J14-K14)/0,9	=L13+M13	I=1
						=L14+M14	I=1
						=L14+M14*2	I=2
						=L14+M14*3	I=3

Figura I-17

Ejercicio 1-4. Consideramos una serie de ventas de una empresa X_t que evoluciona en el tiempo así:

t	X_t	t	X_t
1	15	14	79
2	27	15	68
3	23	16	76
4	37	17	80
5	29	18	68
6	55	19	72
7	43	20	83
8	58	21	70
9	50	22	76
10	69	23	68
11	67	24	61
12	58	25	65
13	62	26	56

Utilizar el método de Brown de tendencia cuadrática con $a = 0,1$ para obtener predicciones de ventas con un horizonte de cuatro períodos.

Las ecuaciones del modelo son $S'_t(l) = aX_t + (1-a)S'_{t-1}(l)$, $S''_t(l) = aS'_t + (1-a)S'_{t-1}(l)$ y $S'''_t(l) = aS''_t + (1-a)S''_{t-1}(l)$. Las predicciones se obtienen con la serie alisada $S_t(l) = p_t + (q_t)l + 1/2 (r_t)l^2$, en donde, dado a , los parámetros $p_t = 3S'_t - 3S''_t + S'''_t$, $q_t = a[(6-5a)S'_t - (10-8a)S''_t + (4-3a)S'''_t] / [2(1-a)^2]$ y $r_t = a^2(S'_t - 2S''_t + S'''_t) / (1-a)^2$ se estiman con los valores iniciales $S'_1 = S''_1 = S'''_1 = X_1$.

Según las fórmulas anteriores, S'_2 , S''_2 , S'''_2 , a_2 , b_2 y c_2 se obtienen así:

$$S'_2(1) = aX_2 + (1-a)S'_1(1) = 0,1(27) + 0,9(15) = 16,2$$

$$S''_2(1) = aS'_2 + (1-a)S''_1(1) = 0,1(16,2) + 0,9(15) = 15,1$$

$$S'''_2(1) = aS''_2 + (1-a)S'''_1(1) = 0,1(15,1) + 0,9(15) = 15$$

$$p_2 = 3S'_2 - 3S''_2 + S'''_2 = 3(16,2) - 3(15,1) + 15 = 18,2$$

$$q_2 = a[(6-5a)S'_2 - (10-8a)S''_2 + (4-3a)S'''_2] / [2(1-a)^2] = 0,1[(6-5(0,1))(16,2) - (10-8(0,1))(15,1) + (4-3(0,1))15] / [2(1-0,1)^2] = 0,342$$

$$r_2 = a^2(S'_2 - 2S''_2 + S'''_2) / (1-a)^2 = 0,1^2(16,2 - 2(15,1) + 15) / (1-0,1)^2 = 0,0120$$

La predicción del período t a horizonte l se obtiene como $S_{t+l}(l) = p_t + (q_t)l + 1/2 (r_t)l^2$, luego:

$$S_3(1) = p_2 + (q_2)(1) + 1/2 (r_2) (1)^2 = 18,2 + 0,342 + 0,012/2 = 18,6$$

El resto de los valores se calcula de forma similar obteniéndose la tabla Excel siguiente:

t	X _t	S' _t	S'' _t	S''' _t	p _t	q _t	r _t	S _t	
1	15	15	15	15					
2	27	16,2	15,12	15,012	18,252	0,342	0,012		
3	23	16,88	15,296	15,0404	19,7924	0,4794	0,0164	18,6	l=1
4	37	18,892	15,6556	15,1019	24,81112	0,97232	0,03312	20,28	l=1
5	29	19,9028	16,0803	15,1998	26,6672	1,09664	0,03632	25,8	l=1
6	55	23,4125	16,8135	15,3611	35,15808	1,908673	0,063538	27,782	l=1
7	43	25,3713	17,6693	15,592	38,69782	2,140403	0,069439	37,09852	l=1
8	58	28,6341	18,7658	15,9093	45,51438	2,697964	0,086567	40,87294	l=1
9	50	30,7707	19,9663	16,315	48,72835	2,834245	0,088311	48,25562	l=1
10	69	34,5937	21,429	16,8264	56,32032	3,418264	0,105704	51,60675	l=1
11	67	37,8343	23,0696	17,4507	61,74496	3,729412	0,112913	59,79144	l=1
12	58	39,8509	24,7477	18,1804	63,48997	3,627696	0,105382	65,53083	l=1
13	62	42,0658	26,4795	19,0103	65,76919	3,585723	0,100212	67,17036	l=1
14	79	45,7592	28,4075	19,9501	72,00526	3,959391	0,109807	69,40502	l=1
15	68	47,9833	30,365	20,9916	73,84625	3,84064	0,101787	76,01955	l=1
16	76	50,7849	32,407	22,1331	77,26685	3,8929	0,100049	77,73779	l=1
17	80	53,7065	34,537	23,3735	80,88192	3,958471	0,098839	81,20977	l=1
18	68	55,1358	36,5969	24,6958	80,31268	3,575951	0,08195	84,88982	l=1
19	72	56,8222	38,6194	26,0882	80,69668	3,317907	0,07002	83,9296	l=1
20	83	59,44	40,7015	27,5495	83,76516	3,358013	0,06897	84,0496	l=1
21	70	60,496	42,6809	29,0627	82,50793	2,93799	0,051813	87,15765	l=1
22	76	62,0464	44,6175	30,6181	82,90496	2,719856	0,042341	85,47183	l=1
23	68	62,6418	46,4199	32,1983	80,86393	2,259286	0,024695	85,64599	l=1
24	61	62,4776	48,0257	33,781	77,13682	1,653118	0,002559	83,13556	l=1
25	65	62,7298	49,4961	35,3525	75,0538	1,262628	-0,01123	78,79122	l=1
26	56	62,0568	50,7522	36,8925	70,80658	0,672538	-0,03154	76,31081	l=1
27								71,46335	l=1
28								72,08857	l=2
29								72,68225	l=3
30								73,24439	l=4

Las 4 predicciones pedidas se han obtenido de la siguiente forma:

$$S_{27} = p_{26} + (q_{26})(1) + 1/2 (r_{26})(1)^2 = 70,80658 + 0,672538(1) - 0,03154(1)^2/2 = 71,46335$$

$$S_{28} = p_{26} + (q_{26})(2) + 1/2 (r_{26})(2)^2 = 70,80658 + 0,672538(2) - 0,03154(2)^2/2 = 72,08857$$

$$S_{29} = p_{26} + (q_{26})(3) + 1/2 (r_{26})(3)^2 = 70,80658 + 0,672538(3) - 0,03154(3)^2/2 = 72,68225$$

$$S_{30} = p_{26} + (q_{26})(4) + 1/2 (r_{26})(4)^2 = 70,80658 + 0,672538(4) - 0,03154(4)^2/2 = 73,24439$$

Si representamos en Excel sobre los mismos ejes la serie original (ajustable a una parábola para justificar el uso de un método de predicción con tendencia cuadrática como el de Brown) y la serie de predicciones, tendremos el gráfico de la figura I-18.

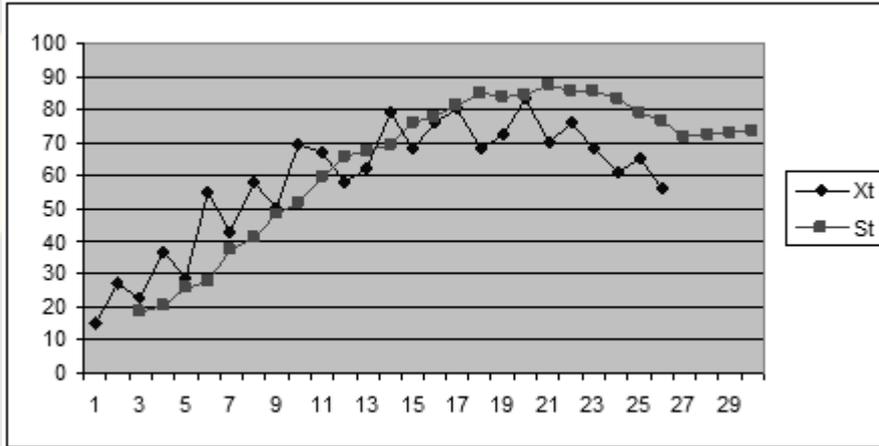


Figura I-18

En la figura I-19 se presentan las fórmulas de Excel que generan la tabla de predicciones.

	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	t	Xt	St	S ² t	S ³ t	pt	qt	rt	St
2	1	15	15	15	15				
3	2	27	=0,1*J3+0,9*J2	=0,1*J3+0,9*K2	=0,1*K3+0,9*L2	=3*J3-3*K3+L3	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J3-9,2*K3+3,7*L3)	=0,1*(0,9)^2*(J3-2*K3+L3)	
4	3	23	=0,1*J4+0,9*J3	=0,1*J4+0,9*K3	=0,1*K4+0,9*L3	=3*J4-3*K4+L4	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J4-9,2*K4+3,7*L4)	=0,1*(0,9)^2*(J4-2*K4+L4)	=M3+N3+O3/2
5	4	37	=0,1*J5+0,9*J4	=0,1*J5+0,9*K4	=0,1*K5+0,9*L4	=3*J5-3*K5+L5	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J5-9,2*K5+3,7*L5)	=0,1*(0,9)^2*(J5-2*K5+L5)	=M4+N4+O4/2
6	5	29	=0,1*J6+0,9*J5	=0,1*J6+0,9*K5	=0,1*K6+0,9*L5	=3*J6-3*K6+L6	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J6-9,2*K6+3,7*L6)	=0,1*(0,9)^2*(J6-2*K6+L6)	=M5+N5+O5/2
7	6	55	=0,1*J7+0,9*J6	=0,1*J7+0,9*K6	=0,1*K7+0,9*L6	=3*J7-3*K7+L7	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J7-9,2*K7+3,7*L7)	=0,1*(0,9)^2*(J7-2*K7+L7)	=M6+N6+O6/2
8	7	43	=0,1*J8+0,9*J7	=0,1*J8+0,9*K7	=0,1*K8+0,9*L7	=3*J8-3*K8+L8	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J8-9,2*K8+3,7*L8)	=0,1*(0,9)^2*(J8-2*K8+L8)	=M7+N7+O7/2
9	8	58	=0,1*J9+0,9*J8	=0,1*J9+0,9*K8	=0,1*K9+0,9*L8	=3*J9-3*K9+L9	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J9-9,2*K9+3,7*L9)	=0,1*(0,9)^2*(J9-2*K9+L9)	=M8+N8+O8/2
10	9	50	=0,1*J10+0,9*J9	=0,1*J10+0,9*K9	=0,1*K10+0,9*L9	=3*J10-3*K10+L10	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J10-9,2*K10+3,7*L10)	=0,1*(0,9)^2*(J10-2*K10+L10)	=M9+N9+O9/2
11	10	69	=0,1*J11+0,9*J10	=0,1*J11+0,9*K10	=0,1*K11+0,9*L10	=3*J11-3*K11+L11	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J11-9,2*K11+3,7*L11)	=0,1*(0,9)^2*(J11-2*K11+L11)	=M10+N10+O10/2
12	11	67	=0,1*J12+0,9*J11	=0,1*J12+0,9*K11	=0,1*K12+0,9*L11	=3*J12-3*K12+L12	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J12-9,2*K12+3,7*L12)	=0,1*(0,9)^2*(J12-2*K12+L12)	=M11+N11+O11/2
13	12	58	=0,1*J13+0,9*J12	=0,1*J13+0,9*K12	=0,1*K13+0,9*L12	=3*J13-3*K13+L13	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J13-9,2*K13+3,7*L13)	=0,1*(0,9)^2*(J13-2*K13+L13)	=M12+N12+O12/2
14	13	62	=0,1*J14+0,9*J13	=0,1*J14+0,9*K13	=0,1*K14+0,9*L13	=3*J14-3*K14+L14	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J14-9,2*K14+3,7*L14)	=0,1*(0,9)^2*(J14-2*K14+L14)	=M13+N13+O13/2
15	14	79	=0,1*J15+0,9*J14	=0,1*J15+0,9*K14	=0,1*K15+0,9*L14	=3*J15-3*K15+L15	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J15-9,2*K15+3,7*L15)	=0,1*(0,9)^2*(J15-2*K15+L15)	=M14+N14+O14/2
16	15	68	=0,1*J16+0,9*J15	=0,1*J16+0,9*K15	=0,1*K16+0,9*L15	=3*J16-3*K16+L16	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J16-9,2*K16+3,7*L16)	=0,1*(0,9)^2*(J16-2*K16+L16)	=M15+N15+O15/2
17	16	76	=0,1*J17+0,9*J16	=0,1*J17+0,9*K16	=0,1*K17+0,9*L16	=3*J17-3*K17+L17	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J17-9,2*K17+3,7*L17)	=0,1*(0,9)^2*(J17-2*K17+L17)	=M16+N16+O16/2
18	17	80	=0,1*J18+0,9*J17	=0,1*J18+0,9*K17	=0,1*K18+0,9*L17	=3*J18-3*K18+L18	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J18-9,2*K18+3,7*L18)	=0,1*(0,9)^2*(J18-2*K18+L18)	=M17+N17+O17/2
19	18	68	=0,1*J19+0,9*J18	=0,1*J19+0,9*K18	=0,1*K19+0,9*L18	=3*J19-3*K19+L19	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J19-9,2*K19+3,7*L19)	=0,1*(0,9)^2*(J19-2*K19+L19)	=M18+N18+O18/2
20	19	72	=0,1*J20+0,9*J19	=0,1*J20+0,9*K19	=0,1*K20+0,9*L19	=3*J20-3*K20+L20	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J20-9,2*K20+3,7*L20)	=0,1*(0,9)^2*(J20-2*K20+L20)	=M19+N19+O19/2
21	20	83	=0,1*J21+0,9*J20	=0,1*J21+0,9*K20	=0,1*K21+0,9*L20	=3*J21-3*K21+L21	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J21-9,2*K21+3,7*L21)	=0,1*(0,9)^2*(J21-2*K21+L21)	=M20+N20+O20/2
22	21	70	=0,1*J22+0,9*J21	=0,1*J22+0,9*K21	=0,1*K22+0,9*L21	=3*J22-3*K22+L22	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J22-9,2*K22+3,7*L22)	=0,1*(0,9)^2*(J22-2*K22+L22)	=M21+N21+O21/2
23	22	76	=0,1*J23+0,9*J22	=0,1*J23+0,9*K22	=0,1*K23+0,9*L22	=3*J23-3*K23+L23	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J23-9,2*K23+3,7*L23)	=0,1*(0,9)^2*(J23-2*K23+L23)	=M22+N22+O22/2
24	23	68	=0,1*J24+0,9*J23	=0,1*J24+0,9*K23	=0,1*K24+0,9*L23	=3*J24-3*K24+L24	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J24-9,2*K24+3,7*L24)	=0,1*(0,9)^2*(J24-2*K24+L24)	=M23+N23+O23/2
25	24	61	=0,1*J25+0,9*J24	=0,1*J25+0,9*K24	=0,1*K25+0,9*L24	=3*J25-3*K25+L25	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J25-9,2*K25+3,7*L25)	=0,1*(0,9)^2*(J25-2*K25+L25)	=M24+N24+O24/2
26	25	65	=0,1*J26+0,9*J25	=0,1*J26+0,9*K25	=0,1*K26+0,9*L25	=3*J26-3*K26+L26	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J26-9,2*K26+3,7*L26)	=0,1*(0,9)^2*(J26-2*K26+L26)	=M25+N25+O25/2
27	26	56	=0,1*J27+0,9*J26	=0,1*J27+0,9*K26	=0,1*K27+0,9*L26	=3*J27-3*K27+L27	=0,1*(2*(0,9)^2)*(5,5*J27-9,2*K27+3,7*L27)	=0,1*(0,9)^2*(J27-2*K27+L27)	=M26+N26+O26/2
28	27								=M27+N27+O27/2
29	28								=M27+2*N27+(2^2)*O27/2
30	29								=M27+3*N27+(3^2)*O27/2
31	30								=M27+4*N27+(4^2)*O27/2

Figura I-19

Ejercicio 1-5. Consideramos la serie de ganancias por acción en una compañía con los siguientes datos:

t	X_t	t	X_t
1	0,300	17	0,590
2	0,460	18	0,990
3	0,345	19	0,830
4	0,910	20	1,730
5	0,330	21	0,610
6	0,545	22	1,050
7	0,440	23	0,920
8	1,040	24	2,040
9	0,495	25	0,700
10	0,680	26	1,230
11	0,545	27	1,060
12	1,285	28	2,320
13	0,550	29	0,820
14	0,870	30	1,410
15	0,660	31	1,250
16	1,580	32	2,730

Extraer la componente estacional, si existe, mediante medias móviles. Extraer también dicha componente estacional mediante el método de los índices estacionales. Realizar un alisado estacional de Winters para la serie con $a = 0,5$, $b = 0,5$ y $c = 0,3$.

En primer lugar realizamos un gráfico Excel de la serie para ver si es estacional (figura 1-20), y en caso afirmativo, para ver el período estacional. Se observa que los 32 datos se agrupan en 8 periodos de tamaño 4; por tanto, la serie es estacional trimestral (período estacional $s = 4$).

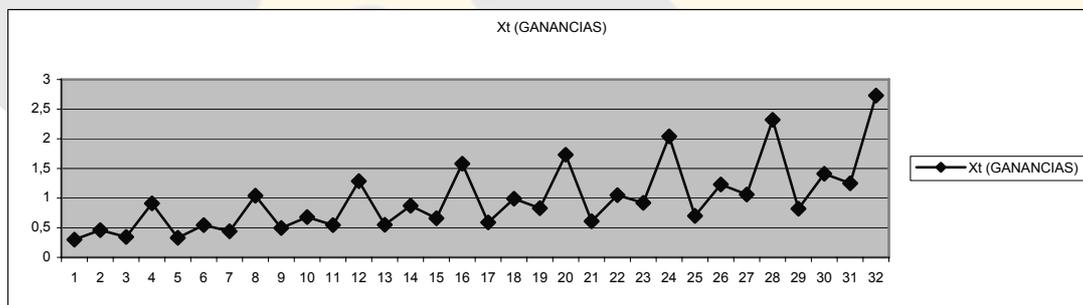


Figura 1-20

Como el período estacional es par ($s = 4$), será necesario calcular medias móviles de 4 puntos y centrarlas. La primera media móvil de 4 puntos es $(0,3+0,46+0,345+0,91)/4 = 0,50375$ y la segunda es $(0,46+0,345+0,91+0,33)/4 = 0,51125$. Igual se calculan las restantes medias móviles de 4 puntos. La primera media móvil centrada es $(0,50375+0,51125)/2 = 0,5075$. De la misma manera se calculan las restantes medias móviles centradas. La tabla Excel siguiente resume toda la información.

t	GANANCIAS X_t	MEDIAS MÓVILES DE 4 PUNTOS	MEDIAS MÓVILES DE 4 PUNTOS CENTRADAS
1	0,3		
2	0,46		
3	0,345	0,50375	
4	0,91	0,51125	0,5075
5	0,33	0,5325	0,521875
6	0,545	0,55625	0,544375
7	0,44	0,58875	0,5725
8	1,04	0,63	0,609375
9	0,495	0,66375	0,646875
10	0,68	0,69	0,676875
11	0,545	0,75125	0,720625
12	1,285	0,765	0,758125
13	0,55	0,8125	0,78875
14	0,87	0,84125	0,826875
15	0,66	0,915	0,878125
16	1,58	0,925	0,92
17	0,59	0,955	0,94
18	0,99	0,9975	0,97625
19	0,83	1,035	1,01625
20	1,73	1,04	1,0375
21	0,61	1,055	1,0475
22	1,05	1,0775	1,06625
23	0,92	1,155	1,11625
24	2,04	1,1775	1,16625
25	0,7	1,2225	1,2
26	1,23	1,2575	1,24
27	1,06	1,3275	1,2925
28	2,32	1,3575	1,3425
29	0,82	1,4025	1,38
30	1,41	1,45	1,42625
31	1,25	1,5525	1,50125
32	2,73		

La última columna de la tabla anterior presenta la serie corregida de estacionalidad.

La tabla Excel completa para el cálculo de los índices estacionales es la siguiente:

t	X _t GANANCIAS	MEDIAS MÓVILES (4 PUNTOS)	X _t * (MEDIAS MÓVILES DE 4 PUNTOS CENTR.)	100(X _t /X _t *)	ÍNDICE ESTACIONAL	SERIE AJUSTADA
1	0,3				53,98198658	0,555740941
2	0,46				83,65022974	0,54990883
3	0,345	0,50375	0,5075	67,980296	65,20686514	0,529085395
4	0,91	0,51125	0,521875	174,37126	146,1770488	0,622532749
5	0,33	0,5325	0,544375	60,619977	53,98198658	0,611315035
6	0,545	0,55625	0,5725	95,196507	83,65022974	0,651522419
7	0,44	0,58875	0,609375	72,205128	65,20686514	0,674775576
8	1,04	0,63	0,646875	160,77295	146,1770488	0,711465999
9	0,495	0,66375	0,676875	73,130194	53,98198658	0,916972552
10	0,68	0,69	0,720625	94,362533	83,65022974	0,812908706
11	0,545	0,75125	0,758125	71,887881	65,20686514	0,835801566
12	1,285	0,765	0,78875	162,91601	146,1770488	0,879070969
13	0,55	0,8125	0,826875	66,515495	53,98198658	1,018858391
14	0,87	0,84125	0,878125	99,074733	83,65022974	1,040044962
15	0,66	0,915	0,92	71,73913	65,20686514	1,012163364
16	1,58	0,925	0,94	168,08511	146,1770488	1,080881036
17	0,59	0,955	0,97625	60,435339	53,98198658	1,092957183
18	0,99	0,9975	1,01625	97,416974	83,65022974	1,183499439
19	0,83	1,035	1,0375	80	65,20686514	1,27287211
20	1,73	1,04	1,0475	165,15513	146,1770488	1,183496325
21	0,61	1,055	1,06625	57,209848	53,98198658	1,130006579
22	1,05	1,0775	1,11625	94,06495	83,65022974	1,255226678
23	0,92	1,155	1,16625	78,885316	65,20686514	1,410894387
24	2,04	1,1775	1,2	170	146,1770488	1,39556792
25	0,7	1,2225	1,24	56,451613	53,98198658	1,296728861
26	1,23	1,2575	1,2925	95,16441	83,65022974	1,470408394
27	1,06	1,3275	1,3425	78,957169	65,20686514	1,625595706
28	2,32	1,3575	1,38	168,11594	146,1770488	1,587116459
29	0,82	1,4025	1,42625	57,493427	53,98198658	1,519025238
30	1,41	1,45	1,50125	93,921732	83,65022974	1,685590111
31	1,25	1,5525			65,20686514	1,916976069
32	2,73				146,1770488	1,867598246

La columna $100(X_t/X_{t^*})$ elimina la tendencia de la serie.

La columna de índices estacionales se ha calculado realizando las medias para cada uno de los trimestres a lo largo de toda la serie $100(X_t/X_{t^*})$. Por ejemplo, el primer índice estacional se calcula haciendo la media de los 8 valores relativos al primer trimestre de todos los años de la serie $100(X_t/X_{t^*})$; el segundo índice estacional se calcula haciendo la media de los 8 valores relativos al segundo trimestre de todos los años de la serie $100(X_t/X_{t^*})$, y así sucesivamente. Realmente para el cálculo del primer índice estacional sólo hay 7 valores, ya que a la serie $100(X_t/X_{t^*})$ le falta su primer valor. Lo mismo ocurre con el segundo índice estacional. El cálculo del resto de los índices estacionales ya engloba 8 valores. Los índices estacionales eliminan la componente irregular y la componente estacional.

La última columna presenta los valores de la serie ajustada (desestacionalizada), que se obtienen dividiendo los valores de la serie original entre los valores de la columna de índices estacionales y multiplicando por 100.

La gráfica Excel de la serie inicial y de la serie desestacionalizada por medias móviles se observa en la figura I-21.

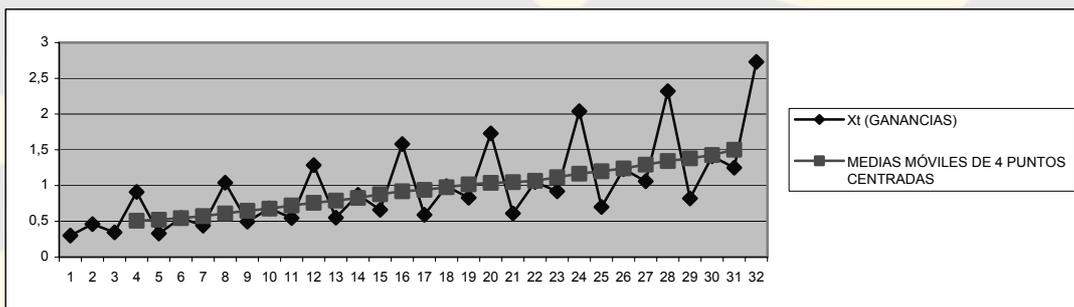


Figura I-21

Si representamos en Excel la serie original y la serie desestacionalizada por el método de los índices estacionales, se obtendrá el gráfico de la figura I-22.

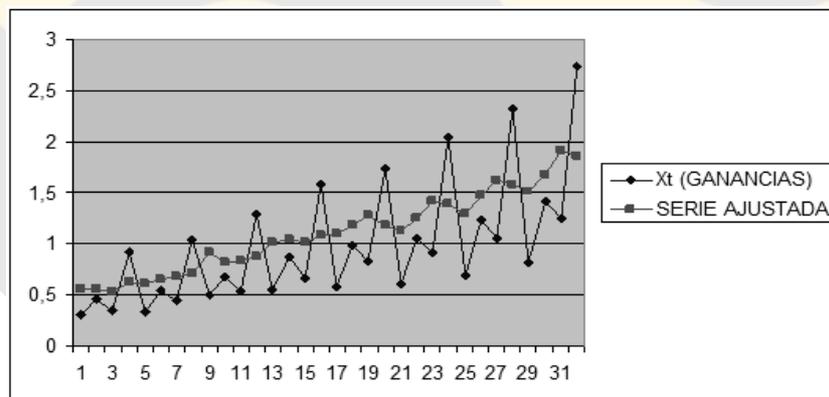


Figura I-22

La tabla Excel de la figura I-23 presenta las fórmulas para los cálculos realizados hasta el momento.

N	O	P	Q	R	S	T
1	X_t (GANANCIAS)	MEDIAS MÓVILES DE 4 PUNTOS	\bar{X}_t^* (MEDIAS MÓVILES DE 4 PUNTOS CENTRADAS)	$100(\bar{X}_t/\bar{X}_t^*)$	ÍNDICE ESTACIONAL	SERIE AJUSTADA
2	1				$=(R2+R6+R10+R14+R18+R22+R26+R30)/8$	$=02*100/S2$
3	2				$=(R3+R7+R11+R15+R19+R23+R27+R31)/8$	$=03*100/S3$
4	3	$=(O2+O3+O4+O5)/4$	$=(P4+P5)/2$	$=100*(O4/O4)$	$=(R4+R8+R12+R16+R20+R24+R28+R32)/8$	$=04*100/S4$
5	4	$=(O3+O4+O5+O6)/4$	$=(P5+P6)/2$	$=100*(O5/O5)$	$=(R5+R9+R13+R17+R21+R25+R29+R33)/8$	$=05*100/S5$
6	5	$=(O4+O5+O6+O7)/4$	$=(P6+P7)/2$	$=100*(O6/O6)$	53,9819865822163	$=06*100/S6$
7	6	$=(O5+O6+O7+O8)/4$	$=(P7+P8)/2$	$=100*(O7/O7)$	83,6502297370097	$=07*100/S7$
8	7	$=(O6+O7+O8+O9)/4$	$=(P8+P9)/2$	$=100*(O8/O8)$	65,2068651420994	$=08*100/S8$
9	8	$=(O7+O8+O9+O10)/4$	$=(P9+P10)/2$	$=100*(O9/O9)$	146,17704879512	$=09*100/S9$
10	9	$=(O8+O9+O10+O11)/4$	$=(P10+P11)/2$	$=100*(O10/O10)$	53,9819865822163	$=10*100/S10$
11	10	$=(O9+O10+O11+O12)/4$	$=(P11+P12)/2$	$=100*(O11/O11)$	83,6502297370097	$=11*100/S11$
12	11	$=(O10+O11+O12+O13)/4$	$=(P12+P13)/2$	$=100*(O12/O12)$	65,2068651420994	$=12*100/S12$
13	12	$=(O11+O12+O13+O14)/4$	$=(P13+P14)/2$	$=100*(O13/O13)$	146,17704879512	$=13*100/S13$
14	13	$=(O12+O13+O14+O15)/4$	$=(P14+P15)/2$	$=100*(O14/O14)$	53,9819865822163	$=14*100/S14$
15	14	$=(O13+O14+O15+O16)/4$	$=(P15+P16)/2$	$=100*(O15/O15)$	83,6502297370097	$=15*100/S15$
16	15	$=(O14+O15+O16+O17)/4$	$=(P16+P17)/2$	$=100*(O16/O16)$	65,2068651420994	$=16*100/S16$
17	16	$=(O15+O16+O17+O18)/4$	$=(P17+P18)/2$	$=100*(O17/O17)$	146,17704879512	$=17*100/S17$
18	17	$=(O16+O17+O18+O19)/4$	$=(P18+P19)/2$	$=100*(O18/O18)$	53,9819865822163	$=18*100/S18$
19	18	$=(O17+O18+O19+O20)/4$	$=(P19+P20)/2$	$=100*(O19/O19)$	83,6502297370097	$=19*100/S19$
20	19	$=(O18+O19+O20+O21)/4$	$=(P20+P21)/2$	$=100*(O20/O20)$	65,2068651420994	$=20*100/S20$
21	20	$=(O19+O20+O21+O22)/4$	$=(P21+P22)/2$	$=100*(O21/O21)$	146,17704879512	$=21*100/S21$
22	21	$=(O20+O21+O22+O23)/4$	$=(P22+P23)/2$	$=100*(O22/O22)$	53,9819865822163	$=22*100/S22$
23	22	$=(O21+O22+O23+O24)/4$	$=(P23+P24)/2$	$=100*(O23/O23)$	83,6502297370097	$=23*100/S23$
24	23	$=(O22+O23+O24+O25)/4$	$=(P24+P25)/2$	$=100*(O24/O24)$	65,2068651420994	$=24*100/S24$
25	24	$=(O23+O24+O25+O26)/4$	$=(P25+P26)/2$	$=100*(O25/O25)$	146,17704879512	$=25*100/S25$
26	25	$=(O24+O25+O26+O27)/4$	$=(P26+P27)/2$	$=100*(O26/O26)$	53,9819865822163	$=26*100/S26$
27	26	$=(O25+O26+O27+O28)/4$	$=(P27+P28)/2$	$=100*(O27/O27)$	83,6502297370097	$=27*100/S27$
28	27	$=(O26+O27+O28+O29)/4$	$=(P28+P29)/2$	$=100*(O28/O28)$	65,2068651420994	$=28*100/S28$
29	28	$=(O27+O28+O29+O30)/4$	$=(P29+P30)/2$	$=100*(O29/O29)$	146,17704879512	$=29*100/S29$
30	29	$=(O28+O29+O30+O31)/4$	$=(P30+P31)/2$	$=100*(O30/O30)$	53,9819865822163	$=30*100/S30$
31	30	$=(O29+O30+O31+O32)/4$	$=(P31+P32)/2$	$=100*(O31/O31)$	83,6502297370097	$=31*100/S31$
32	31	$=(O30+O31+O32+O33)/4$			65,2068651420994	$=32*100/S32$
33	32				146,17704879512	$=33*100/S33$
34						$=(0,33 - 0,3)/4 + (0,545 - 0,46)/4 + (0,44 - 0,345)/4 + (1,04 - 0,91)/4$

Figura I-23

En el método de suavizado estacional de Winters la fórmula de predicción es: $F_t(l) = (S_t + I(b_t))I_{t+L}$ donde L es el número de observaciones anuales. La estacionalidad se tiene en cuenta mediante el factor I_{t+L} . Las fórmulas de actualización son $S_t = aX_t/I_{t-L} + (1-a)[S_{t-1} + b_{t-1}]$, $bt = b(S_t - S_{t-1}) + (1-b)b_{t-1}$ y $I_t = cX_t/S_t + (1-c)I_{t-L}$.

La inicialización de los cálculos se hace de la forma siguiente:

$S_5 = X^*_5 = 0,544375 =$ tercer término de la serie de medias móviles de orden 4.

$b_5 = [(X_{L+1}-X_1)/L + (X_{L+2}-X_2)/L + \dots + (X_{L+L}-X_L)]/L = [(X_5-X_1)/4 + (X_6-X_2)/4 + (X_7-X_3)/4 + (X_8-X_4)]/4 = (0,33 - 0,3)/4 + (0,545 - 0,46)/4 + (0,44 - 0,345)/4 + (1,04 - 0,91)/4 = 0,085$

$I_5 = 0,53981987 =$ quinto término de la serie de índices estacionales en tanto por ciento.

De esta forma se genera la tabla Excel siguiente:

GANANCIAS X_t	X_t^*	ÍNDICE ESTACIONAL (100* I_t)	S_t	b_t	I_t	$F_t (I=1)$
0,3		53,98198658				
0,46		83,65022974				
0,345	0,5075	65,20686514				
0,91	0,521875	146,1770488				
0,33	0,544375	53,98198658	0,544375	0,085	0,53981987	0,36339441
0,545	0,5725	83,65022974	0,81948552	0,18005526	0,57738933	0,54940452
0,44	0,609375	65,20686514	0,90731375	0,13394174	0,54965693	0,61956254
1,04	0,646875	146,1770488	1,48391204	0,35527002	0,5950149	0,96422663
0,495	0,676875	53,98198658	1,37807731	0,12471764	0,52426926	0,77346175
0,68	0,720625	83,65022974	1,38123721	0,06393877	0,51468216	0,71317619
0,545	0,758125	65,20686514	1,22738601	-0,04495621	0,49348744	0,66433729
1,285	0,78875	146,1770488	1,78142675	0,25454226	0,56184079	1,02066037
0,55	0,826875	53,98198658	1,5274137	0,00026461	0,50131429	0,79011168
0,87	0,878125	83,65022974	1,56966352	0,02125721	0,51719768	0,79989234
0,66	0,92	65,20686514	1,4067754	-0,07081545	0,50278579	0,76728969
1,58	0,94	146,1770488	2,13143112	0,32692013	0,57433585	1,23339579
0,59	0,97625	53,98198658	1,77565422	-0,01442838	0,50171666	0,90953804
0,99	1,01625	83,65022974	1,79758547	0,00375143	0,51642329	0,91984875
0,83	1,0375	65,20686514	1,66944342	-0,06219531	0,51064781	0,92121556
1,73	1,0475	146,1770488	2,40601043	0,33718585	0,57316326	1,35982905
0,61	1,06625	53,98198658	1,93660143	-0,06611157	0,49570972	0,95789502
1,05	1,11625	83,65022974	1,90779158	-0,04746072	0,51210918	0,95496806
0,92	1,16625	65,20686514	1,78230154	-0,08647538	0,51333238	0,98849679
2,04	1,2	146,1770488	2,73743228	0,43432768	0,58289984	1,59229136
0,7	1,24	53,98198658	2,23424441	-0,03443009	0,50202139	1,13556116
1,23	1,2925	83,65022974	2,23917609	-0,01474921	0,51620773	1,14158978
1,06	1,3425	65,20686514	2,09402243	-0,07995143	0,51320625	1,16772544
2,32	1,38	146,1770488	3,15590047	0,4909633	0,57978365	1,82740221
0,82	1,42625	53,98198658	2,58294451	-0,04099633	0,5010887	1,30887111
1,41	1,50125	83,65022974	2,5769653	-0,02348777	0,51490865	1,31368693
1,25		65,20686514	2,43453239	-0,08296034	0,51446974	1,36677323
2,73		146,1770488	3,70440731	0,59345729	0,58121682	

La representación gráfica en Excel de la serie inicial y de la serie suavizada se presenta en la figura 1-24.

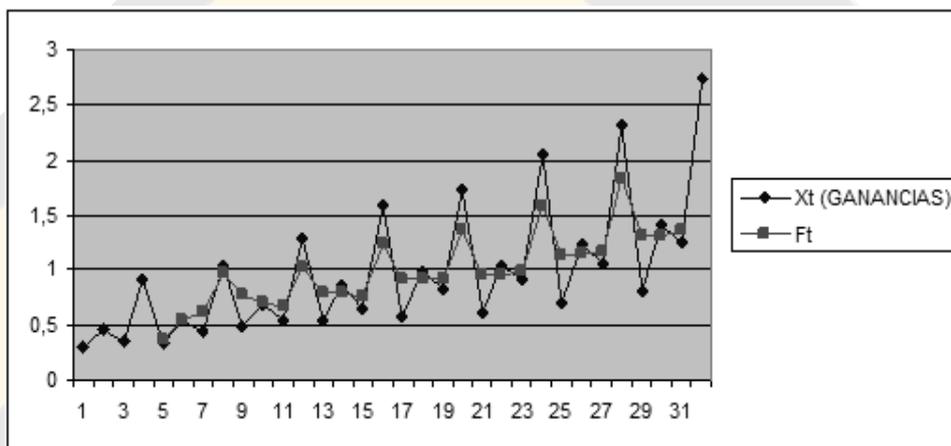


Figura I-24

En la figura I-25 se presenta la tabla Excel con las fórmulas que generan las predicciones por el método de Winters.

	V	W	X	Y	Z	AA	AB
1	Xt (GANANCIAS)	Xt*	INDICE ESTACIONAL (100*)	Sr	bt	It	Ft
2	0,3		53,9819865822163				
3	0,46		83,6502297370097				
4	0,345	0,5075	65,2068651420994				
5	0,91	0,521875	146,17704879512				
6	0,33	0,544375	53,9819865822163	0,544375	0,085	0,539819865822163	=(Y6+Z6)*AA7
7	0,545	0,5725	83,6502297370097	=0,5*V7/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y6+Z6)	=0,5*(Y7-Y6)+0,5*Z6	=0,3*V7/Y7+0,7*AA6	=(Y7+Z7)*AA8
8	0,44	0,609375	65,2068651420994	=0,5*V8/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y7+Z7)	=0,5*(Y8-Y7)+0,5*Z7	=0,3*V8/Y8+0,7*AA7	=(Y8+Z8)*AA9
9	1,04	0,646875	146,17704879512	=0,5*V9/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y8+Z8)	=0,5*(Y9-Y8)+0,5*Z8	=0,3*V9/Y9+0,7*AA8	=(Y9+Z9)*AA10
10	0,495	0,676875	53,9819865822163	=0,5*V10/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y9+Z9)	=0,5*(Y10-Y9)+0,5*Z9	=0,3*V10/Y10+0,7*AA9	=(Y10+Z10)*AA11
11	0,68	0,720625	83,6502297370097	=0,5*V11/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y10+Z10)	=0,5*(Y11-Y10)+0,5*Z10	=0,3*V11/Y11+0,7*AA10	=(Y11+Z11)*AA12
12	0,545	0,758125	65,2068651420994	=0,5*V12/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y11+Z11)	=0,5*(Y12-Y11)+0,5*Z11	=0,3*V12/Y12+0,7*AA11	=(Y12+Z12)*AA13
13	1,285	0,78875	146,17704879512	=0,5*V13/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y12+Z12)	=0,5*(Y13-Y12)+0,5*Z12	=0,3*V13/Y13+0,7*AA12	=(Y13+Z13)*AA14
14	0,55	0,826875	53,9819865822163	=0,5*V14/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y13+Z13)	=0,5*(Y14-Y13)+0,5*Z13	=0,3*V14/Y14+0,7*AA13	=(Y14+Z14)*AA15
15	0,87	0,878125	83,6502297370097	=0,5*V15/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y14+Z14)	=0,5*(Y15-Y14)+0,5*Z14	=0,3*V15/Y15+0,7*AA14	=(Y15+Z15)*AA16
16	0,66	0,92	65,2068651420994	=0,5*V16/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y15+Z15)	=0,5*(Y16-Y15)+0,5*Z15	=0,3*V16/Y16+0,7*AA15	=(Y16+Z16)*AA17
17	1,58	0,94	146,17704879512	=0,5*V17/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y16+Z16)	=0,5*(Y17-Y16)+0,5*Z16	=0,3*V17/Y17+0,7*AA16	=(Y17+Z17)*AA18
18	0,59	0,97625	53,9819865822163	=0,5*V18/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y17+Z17)	=0,5*(Y18-Y17)+0,5*Z17	=0,3*V18/Y18+0,7*AA17	=(Y18+Z18)*AA19
19	0,99	1,01625	83,6502297370097	=0,5*V19/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y18+Z18)	=0,5*(Y19-Y18)+0,5*Z18	=0,3*V19/Y19+0,7*AA18	=(Y19+Z19)*AA20
20	0,83	1,0375	65,2068651420994	=0,5*V20/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y19+Z19)	=0,5*(Y20-Y19)+0,5*Z19	=0,3*V20/Y20+0,7*AA19	=(Y20+Z20)*AA21
21	1,73	1,0475	146,17704879512	=0,5*V21/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y20+Z20)	=0,5*(Y21-Y20)+0,5*Z20	=0,3*V21/Y21+0,7*AA20	=(Y21+Z21)*AA22
22	0,61	1,06625	53,9819865822163	=0,5*V22/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y21+Z21)	=0,5*(Y22-Y21)+0,5*Z21	=0,3*V22/Y22+0,7*AA21	=(Y22+Z22)*AA23
23	1,05	1,11625	83,6502297370097	=0,5*V23/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y22+Z22)	=0,5*(Y23-Y22)+0,5*Z22	=0,3*V23/Y23+0,7*AA22	=(Y23+Z23)*AA24
24	0,92	1,16625	65,2068651420994	=0,5*V24/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y23+Z23)	=0,5*(Y24-Y23)+0,5*Z23	=0,3*V24/Y24+0,7*AA23	=(Y24+Z24)*AA25
25	2,04	1,2	146,17704879512	=0,5*V25/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y24+Z24)	=0,5*(Y25-Y24)+0,5*Z24	=0,3*V25/Y25+0,7*AA24	=(Y25+Z25)*AA26
26	0,7	1,24	53,9819865822163	=0,5*V26/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y25+Z25)	=0,5*(Y26-Y25)+0,5*Z25	=0,3*V26/Y26+0,7*AA25	=(Y26+Z26)*AA27
27	1,23	1,2925	83,6502297370097	=0,5*V27/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y26+Z26)	=0,5*(Y27-Y26)+0,5*Z26	=0,3*V27/Y27+0,7*AA26	=(Y27+Z27)*AA28
28	1,06	1,3425	65,2068651420994	=0,5*V28/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y27+Z27)	=0,5*(Y28-Y27)+0,5*Z27	=0,3*V28/Y28+0,7*AA27	=(Y28+Z28)*AA29
29	2,32	1,38	146,17704879512	=0,5*V29/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y28+Z28)	=0,5*(Y29-Y28)+0,5*Z28	=0,3*V29/Y29+0,7*AA28	=(Y29+Z29)*AA30
30	0,82	1,42625	53,9819865822163	=0,5*V30/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y29+Z29)	=0,5*(Y30-Y29)+0,5*Z29	=0,3*V30/Y30+0,7*AA29	=(Y30+Z30)*AA31
31	1,41	1,50125	83,6502297370097	=0,5*V31/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y30+Z30)	=0,5*(Y31-Y30)+0,5*Z30	=0,3*V31/Y31+0,7*AA30	=(Y31+Z31)*AA32
32	1,25		65,2068651420994	=0,5*V32/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y31+Z31)	=0,5*(Y32-Y31)+0,5*Z31	=0,3*V32/Y32+0,7*AA31	=(Y32+Z32)*AA33
33	2,73		146,17704879512	=0,5*V33/(0,01*\$X\$6)+0,5*(Y32+Z32)	=0,5*(Y33-Y32)+0,5*Z32	=0,3*V33/Y33+0,7*AA32	

Figura I-25

Ejercicio 1-6. Consideramos una serie temporal de ventas de una compañía que evoluciona en el tiempo con los siguientes datos:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X_t	35,2	46,1	28,3	39,4	26,8	36,7	41,2	34,6	25,4	37,4	40,5

Utilizar el modelo simple de alisado exponencial de Brown alternativamente con $a = 0,1$, $a = 0,5$ y $a = 0,9$ para obtener predicciones de ventas con un horizonte de tres períodos. Comparar las predicciones obtenidas para los distintos valores del parámetro a .

En general, podemos poner $S_t(l) = aX_t + (1 - a)S_{t-1}(l)$ para el modelo simple de alisado exponencial de Brown. Se toma como valor inicial $S_1 = X_1$. Para $a = 0,1$, tenemos:

$$S_2(1) = aX_2 + (1 - a)S_1(1) = 0,1(46,1) + 0,9(35,2) = 36,3$$

$$S_3(1) = aX_3 + (1 - a)S_2(1) = 0,1(28,3) + 0,9(36,3) = 35,5$$

De la misma forma se obtiene el resto de los términos de la serie de predicciones, tanto para $a = 0,1$ como para $a = 0,5$ y $a = 0,9$. Se obtienen los resultados de la tabla Excel siguiente:

t	X_t	$S_t (a = 0,1)$	$S_t (a = 0,5)$	$S_t (a = 0,9)$
1	35,2	35,2	35,2	35,2
2	46,1	36,29	40,65	45,01
3	28,3	35,491	34,475	29,971
4	39,4	35,8819	36,9375	38,4571
5	26,8	34,97371	31,86875	27,96571
6	36,7	35,146339	34,284375	35,826571
7	41,2	35,7517051	37,7421875	40,6626571
8	34,6	35,6365346	36,1710938	35,2062657
9	25,4	34,6128811	30,7855469	26,3806266
10	37,4	34,891593	34,0927734	36,2980627
11	40,5	35,4524337	37,2963867	40,0798063
12		35,4524337	37,2963867	40,0798063
13		35,4524337	37,2963867	40,0798063
14		35,4524337	37,2963867	40,0798063

Se observa que más allá del período 11 no existen más observaciones y las predicciones son las mismas para cualquier horizonte.

Si representamos en Excel sobre el mismo gráfico las series inicial y de predicciones, se observará que el valor del parámetro a tiene una notable incidencia sobre las predicciones (figura 1-26). Se observa que los valores más pequeños de a alisan más los datos.

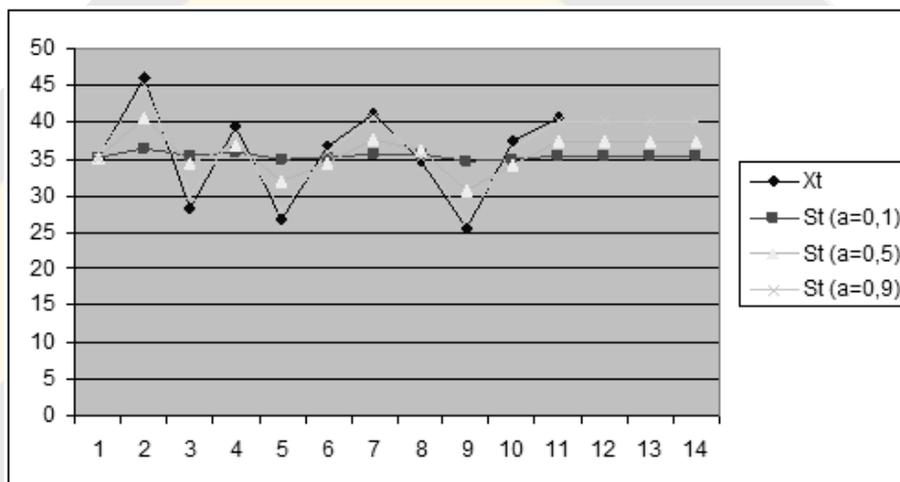


Figura I-26

En la figura I-27 se observan las fórmulas Excel que generan la tabla de predicciones del modelo simple de alisado exponencial de Brown.

t	H	I	J	K	L
1		X ₁	St (α=0,1)	St (α=0,5)	St (α=0,9)
2		46,1	=0,1*I3+0,9*J2	=0,5*I3+0,5*K2	=0,9*I3+0,1*L2
3		28,3	=0,1*I4+0,9*J3	=0,5*I4+0,5*K3	=0,9*I4+0,1*L3
4		39,4	=0,1*I5+0,9*J4	=0,5*I5+0,5*K4	=0,9*I5+0,1*L4
5		26,8	=0,1*I6+0,9*J5	=0,5*I6+0,5*K5	=0,9*I6+0,1*L5
6		36,7	=0,1*I7+0,9*J6	=0,5*I7+0,5*K6	=0,9*I7+0,1*L6
7		41,2	=0,1*I8+0,9*J7	=0,5*I8+0,5*K7	=0,9*I8+0,1*L7
8		34,6	=0,1*I9+0,9*J8	=0,5*I9+0,5*K8	=0,9*I9+0,1*L8
9		25,4	=0,1*I10+0,9*J9	=0,5*I10+0,5*K9	=0,9*I10+0,1*L9
10		37,4	=0,1*I11+0,9*J10	=0,5*I11+0,5*K10	=0,9*I11+0,1*L10
11		40,5	=0,1*I12+0,9*J11	=0,5*I12+0,5*K11	=0,9*I12+0,1*L11
12			35,4524337	37,2963867	40,0798063
13			35,4524337	37,2963867	40,0798063
14			35,4524337	37,2963867	40,0798063

Figura I-27